Развитие темы задачи в контексте деятельностной концепции укрупнения дидактических единиц*

И.В. Ульянова

Статья посвящена вопросу фундаментализации математической подготовки учащихся в контексте гуманизации и гуманитаризации образования. Для этого автор предлагает использовать на уроках математики блоки укрупнённых задач, которые являются основным средством обучения учащихся в контексте деятельностной концепции укрупнения дидактических единиц (УДЕ). В тексте приводятся приёмы образования таких блоков, описываются творческие упражнения с ними, раскрываются особенности их использования в обучении математике учащихся начальной и основной школы.

Ключевые слова: теория и методика обучения математике, задача, укрупнение дидактических единиц (УДЕ), деятельностная концепция УДЕ, блок укрупнённых задач, приёмы образования блоков укрупнённых задач, виды творческих упражнений с блоками укрупнённых задач.

Современное образование характеризуется усилением внимания к личности ученика, его саморазвитию и самопознанию, формированию у него способности творчески осваивать и преобразовывать действительность в процессе самореализации. Потому всё большее признание в педагогической науке получают альтернативные инновационные проекты, поиск и внедрение более эффективных форм, средств и методов активного обучения, соответствующая модернизация выделяемых ранее педагогических направлений и технологий, выявление и разработка новых образовательных идей и др.

Из-за обострившейся в последние годы проблемы нехватки учебного времени в наши дни становится востребованной разработанная в 1960-х годах технология укрупнения дидактических единиц (УДЕ). Её применение в обучении способствует повышению качества образования при меньшем потреблении временных ресурсов.

Как доказал в своё время профессор П.М. Эрдниев, усовершенствовать образовательный процесс можно не упрощением, а его усложнением. Это предполагает крупноблочное построение программного материала, согласно которому при рассмотрении взаимосвязей и взаимопереходов следует выделять и изучать крупными блоками целостные группы родственных единиц этого содержания. При этом укрупнённая единица определяется не объёмом выдаваемой информации, а наличием определённых связей: взаимообратными мыслительными операциями, комплексами взаимообратных, аналогичных, деформированных, трансформированных задач и т.д.

В большинстве ранних работ, связанных с исследованием теоретических и практических аспектов технологии УДЕ она, как правило, либо сама выступает в качестве объекта исследования, либо варианты её использования в учебном процессе рассматриваются через содержание изучаемых предметов.

В последнее время научный взгляд на содержание обучения изменился. Структурный состав каждого его компонента нередко раскрывается через систему действий как основных дидактических единиц. Так, содержание обучения математике может быть представлено совокупностью таких компонентов, как задачи, теоремы, понятия, методы решения задач и т.д., каждому из которых соответствует своя система конкретных действий.

Подобные взгляды привели к выделению в работах автора данной статьи **деятельностной концепции УДЕ**, реализующей в обучении укрупнённый подход к формированию действий, адекватных изуча-

* Тема диссертации – «Теория и практика обучения геометрии учащихся средних общеобразовательных учреждений в контексте укрупнения дидактических единиц». Научный консультант – доктор педагогических наук, профессор *Г.И. Саранцев*.

емым содержательным компонентам обучения математике.

В соответствии с данной концепцией основным средством формирования у учащихся соответствующих укрупнённых действий выступают блоки укрупнённых задач. Их можно легко образовывать, в частности, развивая тему решаемой задачи на заключительной стадии работы с ней. Этот этап – хороший полигон для развития творческой инициативы учащихся, вариативности и самостоятельности их мышления, поскольку его реализация, кроме всего прочего, предполагает составление новых задач, в том числе укрупняющих действия по решению исходной задачи.

Продемонстрируем сказанное на примере задачи 1.1 для начальной школы.

Задача 1.1. В два компьютерных магазина с базы привезли 108 DVD-дисков с фильмами для продажи по одной и той же цене. К концу дня в магазинах осталось по 12 дисков. Выручка от продажи в первом магазине составила 10 800 рублей, во втором магазине – 14 400 рублей. Сколько стоил один DVD диск?

Решение: Исходя из условий задачи (таблица 1), для её решения выполним следующие действия, адекватные арифметическому методу:

1) 12 + 12 = 24 (диска) – осталось в двух магазинах вместе.

2) 10 800 + 14 400 = 25 200 (рублей) – общая выручка в двух магазинах.

3) 108 – 24 = 84 (диска) – продали в двух магазинах.

4) 25 200 : 84 = 300 (рублей) – стоит один диск.

На заключительном этапе решения данной задачи 1.1, исходя из новых сведений, полученных в ходе её решения, можно вместе с учащимися составить таблицу 2.

Анализ таблицы 2 позволяет сформулировать новое требование и предложить его учащимся в виде задачи 1.2.

Задача 1.2. В два компьютерных магазина с базы привезли 108 DVD дисков с фильмами для продажи по одной и той же цене. К концу дня в магазинах осталось по 12 дисков. Выручка от продажи в первом магазине составила 10 800 рублей, во втором магазине – 14 400 рублей. Сколько дисков продал каждый магазин?

Таблица 1 – Краткая запись задачи 1.1

Магазины	Привезено	Продано	Остаток	Выручка от продажи	Цена 1 диска
I магазин	?	?	12 дисков	10 800 рублей	?
II магазин	?	?	12 дисков	14 400 рублей	?
I и II магазины	108 дисков	?	?	?	?

Таблица 2 – Исходные и полученные данные задачи 1.1

Магазины	Привезено	Продано	Остаток	Выручка от продажи	Цена 1 диска
I магазин	?	?	12 дисков	10 800 рублей	300 рублей
II магазин	?	?	12 дисков	14 400 рублей	300 рублей
I и II магазины	108 дисков	84 диска	24 диска	25 200 рублей	300 рублей

Таблица 3 – Решения задач 1.3 и 1.4, продолжающих решение задачи 1.2

Решение задачи 1.3	Решение задачи 1.4
… 7) 36 + 12 = 48 (дисков) – привезли в I магазин. 8) 48 + 12 = 60 (дисков) – привезли во II магазин	… 7) 48 – 36 = 12 (дисков) – разница в объёме продажи магазинов.

Нетрудно установить, что решение задачи 1.2 включает в себя как часть решение задачи 1.1, укрупняя его выполнением двух новых действий:

5) 10 800 : 300 = 36 (дисков) – продал I магазин.

6) 14 400 : 300 = 48 (дисков) – продал II магазин.

Сведения, полученные при решении задачи 1.2, способствуют выделению новых задач, продолжающих её решение при тех же исходных данных, то есть ещё далее развивающие тему исходной задачи 1.1 (задачи 1.3 и 1.4).

Задача 1.3. – // – // –. Сколько дисков завезли в первый магазин, а сколько – во второй магазин? (Таблица 3).

Задача 1.4. – // – // –. На сколько дисков больше продал второй магазин? (Таблица 4).

Анализ представленных задач 1.2–1.4 позволяет увидеть, что каждая последующая содержит в своём решении как часть решение одной предыдущей задачи, укрупняя его посредством выполнения новых действий, адекватных арифметическому методу.

Конструкцию, содержащую в себе две или более задачи, взаимосвязанные между собой таким образом, что решение каждой последующей включает в себя как составную часть решение одной из предшествующих ей задач, расширяя его (укрупняя) посредством выполнения одного или нескольких новых действий, назовём блоком укрупнённых задач. Приёмами образования таких блоков выступают: 1) замена требования задачи каким-либо новым требованием; 2) расширение чертежа задачи; 3) обращение задач; 4) замена условия задачи каким-либо новым условием.

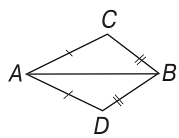
Использование наиболее распространённого первого приёма было показано на примере образования блока задач 1.1–1.4, который в контексте деятельностной концепции УДЕ можно продолжить и далее, последовательно предлагая учащимся новые требования при неизменных условиях: «... Сколько процентов дисков не продал (продал) каждый магазин?», «... Какую часть полученных дисков не продал (продал) каждый магазин?», «... Сколько денег мог бы выручить каждый магазин, если бы продал все привезённые в него диски?» и т.д.

Осуществляемое таким образом расширение задачи способствует всестороннему развитию учащихся, активизируя их мыслительную деятельность, воспитывая в них положительные личностные качества, систематизируя и обобщая их знания, умения и навыки и т.д. К примеру, оно позволяет учащимся не только лучше осознавать используемый метод решения задач, но и одновременно применять другой метод (например, в данном случае алгебраический), осуществляя тем самым, интеграцию (сближение) последних.

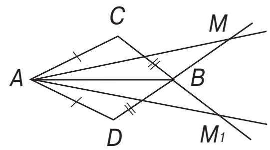
Второй из указанных выше приёмов образования блоков укрупнённых задач оказывается более эффективным в обучении учащихся геометрии, особенно в основной и старшей школе. Таким примером является блок задач 2.1–2.2 для 7-го класса,

Таблица 4 – Решение блока укрупнённых задач 2.1–2.2

Задача	2.1	2.2
Действия, адекватные решению задачи	1) По условию BC = BD, AC = AC, AB – общая сторона, поэтому треугольники ABC и ABD равны по 3-му признаку	
		2) Из п. 1 следует, что <ABC = <ABD, <CAB = <DAB.
		3) AM, AM_1 – биссектрисы, поэтому с учётом п. 3 < MAB = <M_1AB.
		4) <CBM = <DBM_1 как вертикальные.
		5) Из п. 2, 4 следует, что <ABM = <ABM_1.
		6) <MAB = <M_1AB, AB – общая сторона, <ABM = <ABM_1 поэтому треугольники ABM и ABM_1 равны по 2-му признаку



а)



б)

решаемых с помощью геометрического метода, основанного на признаках равенства треугольников (таблица 4).

Задача 2.1. По разные стороны от отрезка AB взяты такие точки C и D, что расстояния от них до концов отрезка одинаковые. Докажите равенство треугольников ABC и ABD (рисунок *а*).

Задача 2.2. Расстояния от точек C и D, отмеченных по разные стороны от отрезка AB, до концов этого отрезка одинаковые. Биссектриса угла CAB пересекает луч DB в точке M, а биссектриса угла DAB пересекает луч CB в точке M_1. Докажите, что $\Delta AMB = \Delta AM_1B$ (рисунок *б*).

Использование на уроках математики блоков укрупнённых задач привносит множественный положительный эффект в обучение учащихся. В частности, кроме сказанного выше, такой метод позволяет учителю успешно осуществлять дифференцированное обучение учащихся, предлагая им в зависимости от их способностей сложную задачу (предполагающую выполнение многих действий) или блок задач (последовательное решение которых раскрывает решение сложной задачи по частям). При этом учащимся можно также предлагать различные **творческие упражнения с блоками укрупнённых задач**, в которых, например, требуется составить пропущенную промежуточную задачу по двум исходным задачам (начальной и конечной) или восстановить специально перепутанную логическую последовательность решения задач и т.д.

Соответственным образом можно выделить ещё более ёмкое упражнение на восстановление блока задач. Оно предполагает развитие темы задачи в двух противоположных направлениях (расширения и/или сужения решения), так как опирается на два противоположных вида деятельности по трансформации задачи – её укрупнение и разукрупнение.

Укрупнение задачи, в контексте вышесказанного, подразумевает расширение решения задачи за счёт добавления к нему новых действий. Тогда как разукрупнение задачи можно рассматривать как сужение её решения посредством выделения из неё элементарных подзадач, таких, что решения каждой последующей содержится как часть в решении предыдущей, поскольку в ходе анализа решения той или иной задачи можно выявлять не только укрупняющие её задачи, но и задачи, для которых она сама будет укрупнённой. На такой основе учащимся можно предложить следующее упражнение творческого характера на восстановление задачного блока: «Составьте блок укрупнённых задач, в котором начальной (промежуточной, конечной) была бы задача: (далее текст задачи)».

Как показывает школьная практика, использование в обучении математике блоков укрупнённых задач и различных упражнений с ними способствует формированию у учащихся фундаментализации их математической подготовки, обеспечивая тем самым усвоение ими целостных, системных и интегрированных знаний как одного из важных условий современного развития и саморазвития интеллекта учащихся.

Ирина Валентиновна Ульянова *– канд. пед. наук, доцент кафедры методики преподавания математики Мордовского государственного педагогического института имени М.Е. Евсевьева, г. Саранск.*